Math. Vertiefung - Linearität in Algebra und Analysis
Übungsblatt 7

Abgabe: 3./4. Dezember 2018 in den Übungsgruppen.

Aufgabe 1. Zeige:

(a) $\cos(\frac{\pi}{2}) = 0, \ \sin(\frac{\pi}{2}) = 1$

(b) $\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \ \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(c) $\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \ \sin(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$

Aufgabe 2. Es seien A, B vertauschbare $(n \times n)$-Matrizen. Zeige, dass

$$e^{A+B} = e^A \cdot e^B.$$

Aufgabe 3. Beweise, dass für die Norm

$$|A| = n \cdot \max |a_{ij}|$$

einer $(n \times n)$-Matrix $A = (a_{ij})$ gilt:

$$|AB| \leq |A| \cdot |B|.$$

Aufgabe 4. Betrachte die in der Vorlesung diskutierte inhomogene Schwingungsgleichung

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = c \cdot e^{i\omega t}. \tag{1}$$

Durch komplexe Konjugation entsteht daraus die Differentialgleichung

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = c \cdot e^{-i\omega t}. \tag{2}$$

Finde eine Lösung für (2) und leite sodann aus den Lösungen für (1) und (2) eine Lösung für die folgende Differentialgleichung her:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = c \cdot \cos(\omega t)$$